



X Encontro Brasileiro de Administração Pública.
ISSN: 2594-5688
secretaria@sbap.org.br
Sociedade Brasileira de Administração Pública

**ALGORITMO HILL CLIMBING COMO FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA
DE INVESTIMENTOS EM PREVIDÊNCIA PÚBLICA**

Luis Felipe Camargos De Sousa

[ARTIGO] GT 9 Planejamento, Controle e Finanças no Setor Público

ALGORITMO HILL CLIMBING COMO FERRAMENTA DE OTIMIZAÇÃO DE UMA CARTEIRA DE INVESTIMENTOS EM PREVIDÊNCIA PÚBLICA

RESUMO

O artigo teve por objetivo investigar uma inovação de análise com base em algoritmos de otimização de carteira, ou seja, aprendizagem de máquina para otimização de retorno e risco para a escolha de investimentos em renda variável. A utilização do algoritmo *Hill Climb* mostrou-se eficiente na escolha da ponderação de um portfólio de Fundos e seus respectivos pesos. Com o artifício, conseguiu-se sair de uma aplicação única, com valor inicial de R\$1.000,00 e chegamos a uma rentabilidade bem alta (um aumento percentual de mais de 400% de rentabilidade no caso dos fundos imobiliários (de 9% para 50%) e de mais de 400% no caso de fundos de índice – de 29% para 123%). Em resumo, é uma otimização bastante eficiente. Vale ressaltar que a etapa anterior à otimização é, talvez, a mais importante. É na análise do investimento que se encontra a maioria das soluções de déficit financeiro e atuarial. Assim, a técnica de ALM e a criação de um índice de performance próprio (KPI) nos trouxe a garantia de escolha de fundos que se adequassem à legislação correlata e à política de investimentos proposta. A otimização é apenas um complemento.

Palavras-chave: Algoritmos. Machine Learning. Investimentos. RPPS.

1. INTRODUÇÃO

A análise e seleção de investimentos de um regime de previdência público, inicialmente, passa pela análise fundamentalista, ou seja, de conjuntura macroeconômica doméstica e internacional e, posteriormente, a seleção ocorre via métricas de risco, de evolução de rentabilidade e patrimônio. Além disso o gestor de investimentos também deve avaliar os custos que têm ao aplicar em um fundo específico. A aplicação em fundos de renda variável, por exemplo, é um dos pontos de dificuldade, visto que o gestor de previdência deve acompanhar as estratégias específicas de cada fundo e o desempenho das suas carteiras. Dentre as formas de avaliação está a análise de métricas como o índice Sharpe, que demonstra os melhores ativos em relação ao retorno e a volatilidade, os balanços do fundo, indicadores técnicos e fundamentalistas, quantidade de cotistas, taxa de administração, entre outros.

Uma das medidas indicadas para avaliação de um fundo decorre da criação de um índice de performance (KPI) com todas essas variáveis. Maltese (2016) destaca que essa é uma excelente técnica para a escolha de investimentos sustentáveis. Tal índice é uma medida empírica para avaliar as características de determinado investimento. O usuário pode escolher as variáveis mais importantes para o segmento e estabelecer um ranking de fundos mais bem colocados. Após essa seleção inicial, que já resolve parte dos problemas relacionados ao ativo atuarial de um RPPS, passa-se à otimização, ou seja, melhorar ainda mais a rentabilidade de ativos selecionados.

Com a aprendizagem de máquina, do inglês *machine learning*, a inteligência artificial testa as escolhas feitas em um portfólio de fundos e analisa qual delas seria a melhor. Um dos algoritmos é o chamado de *Hill Climb* ou topo da montanha, que escolhe, dentre as escolhas ótimas, aquela com maior retorno e menor risco, por meio de buscas aleatórias e testes com a carteira. Milhões de testes podem ser feitos, o que não seria possível de forma manual. O algoritmo, então, testa as escolhas e demonstra qual delas seria mais rentável. Neste sentido, o artigo tem por objetivo investigar uma inovação de análise com base em algoritmos de otimização de carteira, ou seja, aprendizagem de máquina para otimização de retorno e risco para a escolha de investimentos em renda variável.

2. REFERENCIAL TEÓRICO-EMPÍRICO

2.1 Investimentos para a previdência Pública

Oliveira (2014) destaca que a técnica de Asset Liabilities Management (ALM) é uma aliada dos gestores de investimentos em previdência, uma vez que permite simular, projetar e planejar o posicionamento estratégico mediante diferentes futuros cenários econômicos. Essa técnica traz visibilidade e transparência ao processo de planejamento de políticas de investimento, valores associados a uma governança empresarial de qualidade.

Adicionalmente, faz-se necessário avaliar as métricas de risco, como o índice Sharpe, que demonstra os melhores ativos em relação ao retorno e a volatilidade. Já Markowitz (1952), anteriormente a Sharpe, demonstrou que uma carteira de investimentos mitiga o risco de perda, criando uma fronteira eficiente de investimentos que é muito utilizada pelos RPPS em seus investimentos.

Silva (2015) entende que o ALM, especialmente quando se consideram as restrições legais e o resultado do plano a cada época, apresenta maior índice na relação entre ativo e passivo, fazendo com que haja maior sobra de recursos. Destacou também que os modelos propostos poderiam ser aperfeiçoados pela implementação de algoritmos de otimização das carteiras baseados em processos.

Damasceno (2021) inferi que somente os níveis III e IV de governança do pró-gestão de um regime próprio conseguiriam construir portfólios com retornos esperados capazes de atingir a meta atuarial de um RPPS. Isso só foi possível, contudo, no limite máximo de risco da fronteira eficiente. Boyd et al (2020) utilizaram simulações estocásticas para analisar os impactos de opções de compartilhamento de risco nos planos de previdência e demonstraram até que ponto o custo de vida e as políticas de contribuição contingente dos funcionários podem transferir o risco dos empregadores para os membros do plano.

Liu et al (2022) buscaram contabilizar o risco de inflação, assumindo que o mesmo é medido por um preço índice que segue o movimento browniano geométrico. Uma simulação-estrutura de preços baseada é então introduzida para avaliar um fundo de pensão híbrido previdenciário. Os resultados mostraram que a introdução de o risco de inflação aumenta o passivo pendente total de pensões, que a inflação está negativamente correlacionada com o passivo total do regime de pensões híbrido, e que a volatilidade da inflação está positivamente correlacionada com ela.

2.2 Otimização de investimentos

Vários são os trabalhos que focam na otimização de investimentos para investimentos. Hieda e Oda (1998) e Bruni e Famá (1998) utilizaram a fronteira eficiente de Markowitz (1952) para a análise de ações do Ibovespa e entenderam que a aplicação da teoria diminuiu o risco do investimento. Zanini e Figueiredo (2005) foram além e verificaram se há diferença no desempenho de carteira submetida às aplicações do modelo original de Markowitz (1952) em relação ao Modelo de Índice Único de Sharpe no mercado de ações brasileiro.

Thomé, Leal e Almeida (2011) fizeram uma comparação de rentabilidade entre uma carteira otimizada e uma carteira comum. Os autores descobriram que a carteira apresentou retorno maior e volatilidade menor do que o Ibovespa. Santos e Tessari (2012), Rubesan e Beltrame (2013) e Trintinalia & Serra (2016) chegam a conclusões semelhantes.

Wang (2019) descobriu que estratégias ótimas ajustam as contribuições e os benefícios de aposentadoria de acordo com o desempenho do fundo e os objetivos do modelo, de modo que o compartilhamento intergeracional de riscos parece efetivamente alcançado para a criação de um plano de pensão coletivo híbrido.

Para aumentar ainda mais a efetividade dos retornos da carteira, ainda há a possibilidade

de usar algoritmos. Nessa linha, Agarwal et al (2006) destacam que esses algoritmos são os primeiros a combinar limites logarítmicos ótimos com computabilidade determinística eficiente. Os autores usaram o método de Newton para otimização que explora informações de segunda ordem e conseguiram retornos mais altos do que as análises financeiras usando apenas cálculos com base no índice de Sharpe.

Haeser & Gomes (2008) ressaltaram que a heurística é uma estratégia para encontrar boas soluções de um problema, que muitas vezes é de otimização combinatória, sendo que alguns algoritmos utilizam não apenas uma heurística, mas um conjunto de heurísticas, e normalmente heurísticas que melhoram outras heurísticas, o que é chamado de meta-heurística.

Um algoritmo de destaque, e que tem inspirações na física, é o *Simulated Annealing* ou têmpera simulada, que foi proposto por Kirkpatrick et al. (1983). Esse método simula o processo de recozimento de metais, apresentando diferentes etapas. O algoritmo otimiza funções de maneira independente. A técnica consiste em observar os valores vizinhos anteriores e em aceitar um novo valor se houver um melhoramento na função proposta. Assim, ao repetir esse procedimento várias vezes pode-se gerar valores otimizados. O conceito parece perfeito para a constituição e otimização de uma carteira de ações.

Nesta seara, Burke & Bykov (2017) apresentam mais um algoritmo para aperfeiçoar a rentabilidade de investimentos, quando utilizado junto com as ideias de Sharpe (1966) e Markowitz (1952): a metodologia de busca *Late Acceptance Hill-Climbing* (LAHC). É um algoritmo de busca que escolhe as melhores funções de custo entre um seleção pré-candidata. Em outras palavras, no caso das finanças, ela escolheria as melhores carteiras da fronteira eficiente no critério risco-retorno. Os autores descobriram que a abordagem LAHC é simples, fácil de implementar e ainda é um procedimento de busca eficaz. Além disso, descobriram que seu desempenho médio é melhor que os métodos concorrentes.

Além desses algoritmos, o algoritmo genético também é útil. Holland (1975) criou este algoritmo com base na biologia e na teoria evolucionária de Darwin. Baseado nesta teoria, somente os mais aptos (melhores) vão sobreviver. Ele foi criado, inicialmente, para lidar com problemas mono-objetivos, por meio de uma medida de desempenho (fitness). Mais tarde, Goldberg (1989) adaptou o algoritmo para lidar com funções multiobjetivo, baseado na dominância de pareto, onde a aptidão da solução é proporcional ao número de soluções dominadas. Nessa fase, os algoritmos evolutivos (classe da qual os algoritmos genéticos pertence) trouxeram vários algoritmos multiobjetivos, como os *Vector Evaluated Genetic Algorithm*, VEGA (SCHAFFER, 1985), os *Multi-Objective Genetic Algorithms*, MOGA (MURATA; ISHIBUCHI et al., 1995), e o *Nondominated Sorting Genetic Algorithm II*, NSGA-II (DEB et al. 2002). Destaque-se que esses algoritmos são utilizados em outras áreas, como a física, a biologia e a geografia, sendo que a proposta do artigo é inovar e utilizá-los no campo das finanças.

Nestes termos, após a revisão da literatura relacionada, elaborou-se a hipótese da pesquisa: H1: a utilização do algoritmo “hill climb” em fundos selecionados e ponderados por KPI's otimiza a rentabilidade de uma carteira de fundos em renda variável de Investimentos em RPPS.

3. ANÁLISE LEGAL E REGULAMENTAR

Para fins de regulamentação de limites de investimento de RPPS, o Conselho Monetário Nacional editou a Resolução CMN n. 4.963/2021. O § 1º da Resolução elenca os princípios que devem ser seguidos na aplicação destes investimentos: segurança, rentabilidade, solvência, liquidez, motivação, adequação à natureza de suas obrigações e transparência. Já os limites de alocação previstos na Resolução estão previstos em seu art. 2º e foram resumidos no quadro abaixo:

Quadro 1. Limites de aplicação da CMN n. 4.963/2021

Segmento de aplicação	Limite de alocação
Renda fixa	
(a) Títulos de emissão do Tesouro Nacional, registrados no Selic	100%
(b) Cotas de fundos de investimento classificados como renda fixa, conforme regulamentação estabelecida pela CVM, constituídos sob a forma de condomínio aberto (fundos de renda fixa) que apliquem exclusivamente em títulos especificados no item (a) ou compromissadas lastreadas nesses títulos	100%
(c) diretamente em compromissadas lastreadas em títulos especificados no item (a)	5%
(d) Somatório de cotas de fundos de investimento classificados como renda fixa, conforme regulamentação estabelecida pela CVM, constituídos sob a forma de condomínio aberto (fundos de renda fixa) e cotas de fundos de investimento em índice de mercado de renda fixa, negociáveis em bolsa de valores, compostos por ativos financeiros que busquem refletir as variações e rentabilidade de índice de renda fixa, conforme regulamentação estabelecida CVM (fundos de índice de renda fixa)	60% a 80% a depender do nível de governança
(f) Ativos financeiros de renda fixa de emissão com obrigação ou coobrigação de instituições financeiras bancárias autorizadas a funcionar pelo Banco Central do Brasil, que atendam às condições previstas na Resolução CMN 4.963	20%
(g) cotas de classe sênior de fundos de investimento em direitos creditórios (FIDC)	5% a 20% a depender do nível de governança
(h) cotas de fundos de investimento classificados como renda fixa com sufixo “crédito privado” constituídos sob a forma de condomínio aberto, conforme regulamentação estabelecida pela CVM (fundos de renda fixa)	5% a 20% a depender do nível de governança
(i) cotas de fundo de investimento de que trata art. 3º da Lei nº 12.431, de 24 de junho de 2011, que disponha em seu regulamento que 85% (oitenta e cinco por cento) do patrimônio líquido do fundo seja aplicado em debêntures de que trata o art. 2º dessa mesma Lei, observadas as normas da CVM	5% a 20% a depender do nível de governança
Renda variável	30% a 50% do limite global a depender do nível de governança
Investimentos estruturados	
(a) Fundos de investimento classificados como multimercado (FIM) e em cotas de fundos de investimento em cotas de fundos de investimento classificados como multimercado (FICFIM)	10% a 15% a depender do nível de governança
(b) Fundos de investimento em participações (FIP), constituídos sob a forma de condomínio fechado, sendo vedada a subscrição em distribuições de cotas subsequentes, salvo se para manter a mesma proporção já investida nesses fundos	5% a 10% a depender do nível de governança
(c) Fundos de investimento classificados como “Ações – Mercado de Acesso”	5% a 10% a depender do nível de governança
Fundos imobiliários	
(a) Cotas de fundos de investimento imobiliários (FII) negociadas nos pregões de bolsa de valores	5% a 20% a depender do nível de governança
Investimentos no exterior	Até 10%
Empréstimos consignados	5% a 10% a depender do nível de governança

Fonte: CMN n. 4.963/2021

Outra norma que cabe destacar é a Portaria MTP nº 1.467/2022, que define como é feito o cálculo do passivo atuarial e qual a taxa base tanto para trazê-lo a valor presente. O anexo VII da norma traz a seguinte tabela:

Tabela 1. Taxa de juros parâmetro para desconto do passivo atuarial

Pontos da duração do passivo (em anos)	Taxa de juros parâmetro
---	--------------------------------

	2022	2021	2020
1,00	2,60	4,07	4,61
15,00	4,83	5,40	5,86
20,00	4,91	5,43	5,87
25,00	4,97	5,45	5,88
30,00	5,00	5,46	5,89
35,00	5,47	5,89	6,06

Fonte: Portaria MTP nº 1.467/2022

O art. 1º do anexo VII da norma destaca que essas taxas devem considerar o ponto da Estrutura a Termo de Taxa de Juros Média - ETTJ o mais próximo à duração do passivo do regime. Nestes termos, a maioria dos RPPS estariam em períodos medianos. Passada essa fase, é necessário avaliar a estrutura macroeconômica atual para a consecução da política de investimento do RPPS e sua meta atuarial. O Assset Liabilities management (ALM) pode auxiliar nesta tarefa.

Mitra e Schwaiger (2011) destacam que o estudo das técnicas de ALM é um diferencial para os fundos de previdência. A ideia consiste, simplesmente, em adequar o ativo de acordo com as exigibilidades que o gestor tem pela frente. Assim, o passivo atuarial calculado anualmente deve ser compensado por um ativo atuarial de igual montante, momento em que devem ser considerados os produtos financeiros, e qual deles seriam adequados para ealizar essa tarefa).

Em consulta ao site do tesouro direto, em 14 de março de 2023, verificou-se que o tesouro IPCA + com juros semestrais, com vencimento em 2040, está sendo negociado por IPCA + 6.,40. Esse valor garante o passivo de qualquer RPPS nacional, haja vista que está quase 1% acima da taxa máxima normativa vista acima. Assim, após a análise macroeconômica e legal, que apontou que o segmento de renda fixa está garantindo um retorno maior que o passivo atuarial do RPPS, em tese, os institutos teriam uma sobra de recursos livre para investir em renda variável.

Nestes termos, utilizou-se o segmento de renda variável de fundos imobiliários e fundos de índice. Os fundos imobiliários representam uma opção para cobrir o déficit financeiro dos RPPS, na medida em que os mesmos distribuem 95% de seu lucro mensalmente (Instrução CVM 472/2008 - Anexo – 39-II) e tem vários segmentos que não sofrem oscilações cíclicas ou sazonais, como o setor logístico. Já os fundos de índice, como replicam índices com dezenas/centenas de ações, são uma opção para mitigar o risco de perda dos investimentos.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa é do tipo documental e teve como objeto fundos de investimento brasileiros. Os dados foram obtidos por meio de raspagem de dados ou *webscrapping* na plataforma *yahoo finance*, CVM e B3, por meio do software *Spyder*, que utiliza a programação *Phyton*. A análise estatística, financeira e econômica também foi feita por meio deste software. No que concerne ao retorno-risco das carteiras, em um primeiro momento, foi criada uma carteira com pesos aleatórios para cada ação, com o intuito de verificar a valorização da mesma no período avaliado. Posteriormente, foi avaliado o Índice Sharpe de cada uma das ações e passou-se à análise da relação de retorno/risco.

O Índice Sharpe é projetado para ajudar os investidores a entender o retorno potencial de um investimento em comparação com seu risco, sendo que quanto maior o Índice mais atraente é o retorno. Sharpe (1966) destaca que ele ajuda a explicar se os retornos excedentes de uma carteira são decorrentes de decisões de investimento inteligentes ou resultado de muito risco. Se o Índice Sharpe é negativo, não deverá haver aporte, haja vista que o ativo não traz

retornos com o risco adicional. Já Markowitz (1952) produziu evidências de que a contribuição de risco de um ativo para uma carteira é diferente do risco desse ativo quando analisado individualmente. Destaca-se, na sequência, a fórmula Markowitz.

$$v = \sum_{\underline{a}=1}^N \sum_{\underline{b}=1}^N p_{\underline{a}} \times p_{\underline{b}} \times \text{correl}_{\underline{ab}} \times dp_{\underline{a}} \times dp_{\underline{b}}$$

Onde:

V = variância da carteira

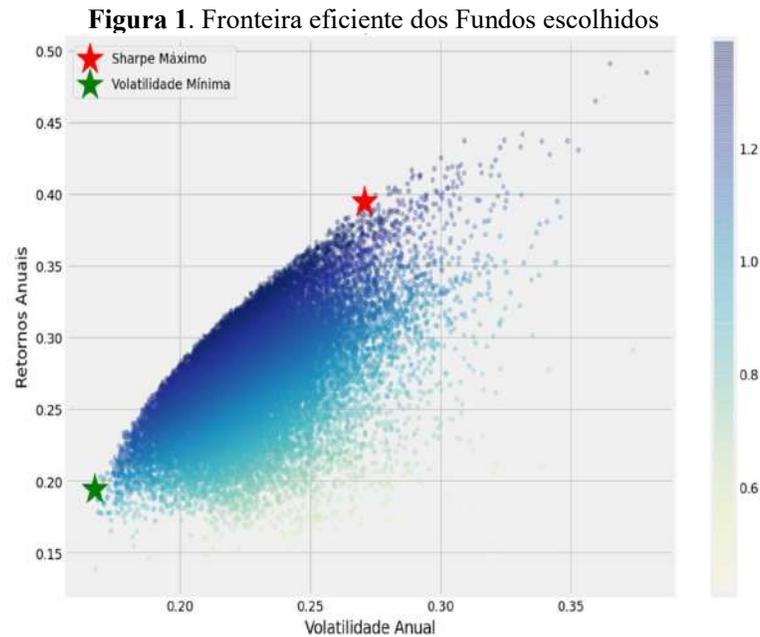
N = número de títulos componentes da carteira

PA e PB = peso do título A e do título B na carteira

DPA e DPB = desvio padrão do título A e do título B

CorrelAB = correlação do título a com o título b

Como se está trabalhando com fundos, a análise da fronteira eficiente foi incomum, haja vista que a volatilidade dos mesmos é parecida, pois já há mitigação de risco pela quantidade de ativos que possuem. Assim, no caso de fundos, o retorno já é um indicador bem interessante para a escolha do investimento. A fórmula foi feita no programa Spyder, que trabalha na linguagem python, sendo que foi programada uma função que replicasse a fronteira eficiente de markowitz, junto ao índice sharpe. Para a opção mais conservadora, escolheu-se também a possibilidade de volatilidade mínima nos resultados.



Fonte: Dados da pesquisa.

No caso do algoritmo, o programa Spyder, por meio da linguagem de programação Python, tem um pacote que possibilita a utilização deste algoritmo: o pacote MLROSE. Supõe-se a existência de uma fronteira eficiente com milhares de combinações de ativos. O algoritmo *hill climb*, dentro desta fronteira, foi capaz de buscar combinações de carteiras a fim de encontrar a melhor solução risco-retorno, utilizando técnicas de exploração e exploração. A primeira percorreu as possibilidades aleatoriamente, a segunda limitou a busca por soluções da fronteira eficiente buscando as melhores combinações de retorno e risco. Cabe ressaltar que

o algoritmo apresenta o percentual de retorno da carteira, para melhor análise. Ao fim, foi feita a comparação da carteira escolhida com a utilização do algoritmo “hill climb” e da carteira sem este procedimento, com o intuito de avaliar se o algoritmo é realmente efetivo. De forma complementar utilizou-se uma previsão mais avançada com um algoritmo genético multiobjetivo, incluindo não só o risco retorno do investimento, mas também os dividendos pagos, apenas para avaliar o investimento no médio prazo.

Foram selecionados todos os Fundos de Investimento disponíveis no mercado. O período foi de 01 de janeiro de 2021 a 31 de dezembro de 2022. Foram encontradas mais de 11 milhões de observações:

Figura 2. Base de dados

informes = busca_informes_diarios_cvm_por_periodo(data_inicio='2021-01', data_fim='2022-12')

informes

	TP_FUNDO	CNPJ_FUNDO	DT_COMPTC	VL_TOTAL	VL_QUOTA	VL_PATRIM_LIQ	CAPTC_DIA	RESG_DIA	NR_COTST
0	FI	00.017.024/0001-53	2021-01-04	1097664.87	27.503336	1095773.57	0.0	0.0	1
1	FI	00.017.024/0001-53	2021-01-05	1097742.61	27.503455	1095778.31	0.0	0.0	1
2	FI	00.017.024/0001-53	2021-01-06	1097837.04	27.503196	1095768.02	0.0	0.0	1
3	FI	00.017.024/0001-53	2021-01-07	1097939.54	27.503352	1095774.20	0.0	0.0	1
4	FI	00.017.024/0001-53	2021-01-08	1095790.38	27.503710	1095788.49	0.0	0.0	1
...
11262753	FI	97.929.213/0001-34	2022-12-26	76684544.17	10.090893	76683936.62	0.0	0.0	2
11262754	FI	97.929.213/0001-34	2022-12-27	76630935.46	10.089582	76673974.55	0.0	0.0	2
11262755	FI	97.929.213/0001-34	2022-12-28	76731693.06	10.110976	76836557.37	0.0	0.0	2
11262756	FI	97.929.213/0001-34	2022-12-29	67615216.48	10.130240	76982947.68	0.0	0.0	2
11262757	FI	97.929.213/0001-34	2022-12-30	67700060.76	10.141222	77066406.21	0.0	0.0	2

11262758 rows * 9 columns

Fonte: Dados da pesquisa.

Criou-se, então, um índice de performance (KPI), nos setores de fundos imobiliários e de índice, no qual se teria alguns filtros que cumprissem a legislação de regência dos RPPS, qual seja, a Resolução CMN nº. 4963. Todos os Fundos selecionados tinham Patrimônio Líquido Robusto, acima de R\$1 milhão, mínimo de 100 cotistas, uma taxa de administração baixa e os maiores retornos em suas cotas. Passada essa fase de seleção, o próximo passo foi otimizar a carteira via risco/retorno com a ajuda de métricas de retorno/risco e dos algoritmos de otimização e projetá-los no futuro.

4. RESULTADOS ENCONTRADOS

4.1 Fundos Imobiliários

Após a etapa inicial de seleção, passou-se à análise dos fundos imobiliários em si.

Figura 3. Fundos Imobiliários (Fiis) Selecionados

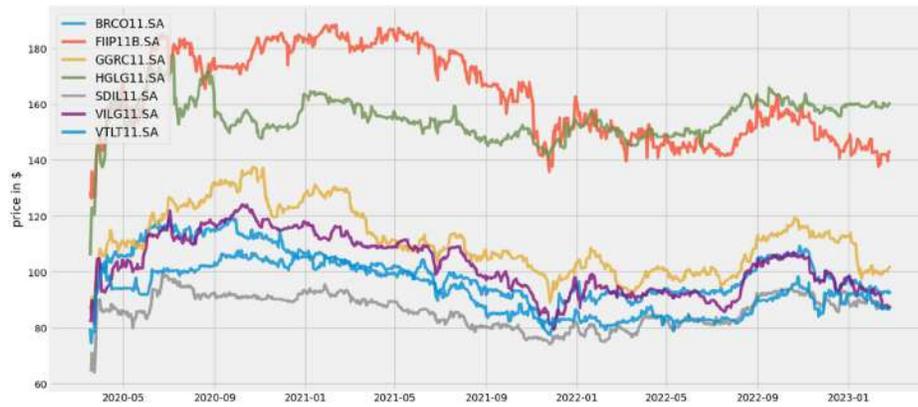
	BRCO11.SA	FIIP11B.SA	GGRC11.SA	HGLG11.SA	SDIL11.SA	VILG11.SA	VTLT11.SA
Date							
2020-03-18	87.727928	128.595200	88.100670	105.885506	64.443726	81.982109	79.872086
2020-03-19	87.266205	126.343987	85.640747	117.247505	65.003494	83.371635	74.666946
2020-03-20	89.574837	135.863419	91.098083	123.028030	70.871857	89.902420	78.525932
2020-03-23	86.619781	126.803406	88.373985	120.666985	64.100655	81.518929	78.525932
2020-03-24	91.421745	127.262848	90.196121	126.646461	68.614784	84.297989	84.359283
...
2023-02-17	92.789009	142.144974	100.289581	160.549988	86.920219	87.762085	87.784302
2023-02-22	92.977737	142.016190	100.269768	159.070145	87.118370	88.109947	87.111092
2023-02-23	92.500938	139.688202	101.082390	159.328369	87.058922	87.036530	86.576485
2023-02-24	93.176414	143.046432	101.468880	160.182510	87.475044	87.573242	86.992302
2023-02-27	92.192993	143.066238	102.162582	160.559937	87.910988	87.056404	86.843796

732 rows x 7 columns

Fonte: Dados da pesquisa.

Foram considerados os 7 fundos melhor colocados no ranking e efetuada a análise de risco de retorno do investimento. O período utilizado foi de março de 2020 a fevereiro de 2023. Na sequência apresenta-se a performance dos fundos ao longo do tempo.

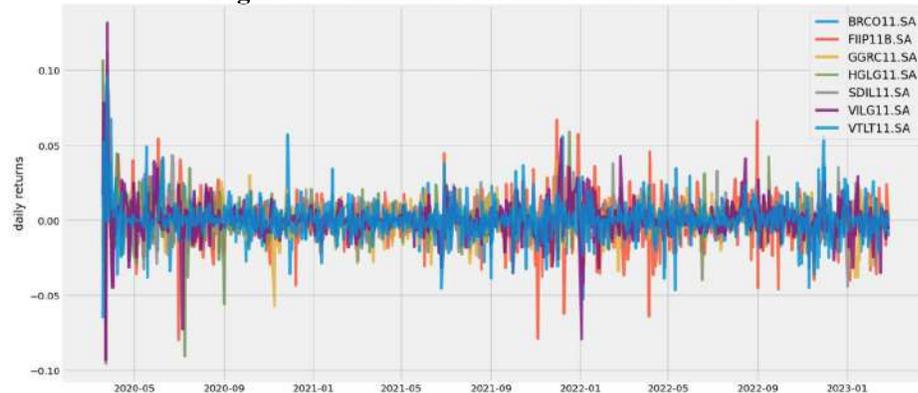
Figura 4. Valorização ao longo do tempo dos fundos



Fonte: Dados da pesquisa.

Ao analisar a Figura 4, verifica-se uma rentabilidade mediana em todos os fundos. Em seguida, apresenta-se a volatilidade.

Figura 5. Volatilidade dos fundos selecionados

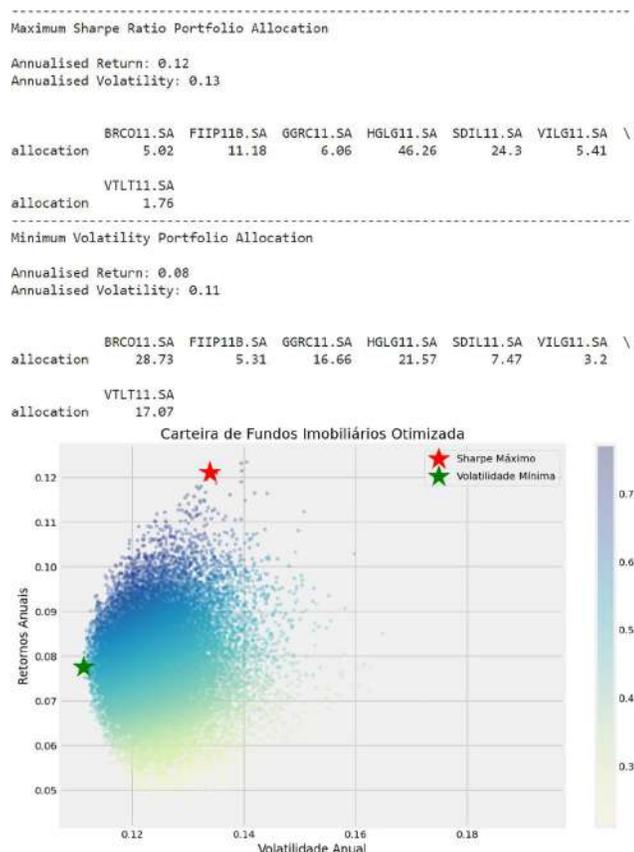


Fonte: Dados da pesquisa.

Em termos de volatilidade, apenas o fundo VILG11.SA alcançou volatilidade acima de 10%, mas esse também não é um percentual alto.

O próximo desafio passou a ser o de escolher a porcentagem do capital que deveria ser investido em cada um dos fundos. Se o orçamento total for R\$1.000,00, então pode-se decidir os pesos para cada ação, de modo que o total do valor investido fosse o inicial. Definiu-se algumas funções para simular pesos aleatórios para cada ação do portfólio e, em seguida, calculou-se os retornos globais anualizados e a volatilidade anualizada do portfólio, utilizando também a correlação entre os ativos, conforme preconiza Markowitz (1952). Assim, chegou-se a uma carteira de máxima rentabilidade e outra de mínima volatilidade:

Figura 6. Carteira de Fii's otimizada



Fonte: Dados da pesquisa.

A carteira de máximo retorno veio com uma volatilidade de 13% e retorno de 12%. A de mínima variância veio com retorno de 8% e volatilidade de 11%. Passo posterior foi testar o algoritmo *Hill Climb*, com o fito de avaliar se ele realmente aumentaria a rentabilidade do investimento.

Figura 7. Testes com o algoritmo hill-climb

```
[ ] melhor_solucao = melhor_solucao / melhor_solucao.sum()
melhor_solucao, melhor_solucao.sum()

(array([[0.         , 0.         , 0.         , 0.78482265, 0.21517735,
         0.         , 0.         ]], 1.0)

[ ] visualiza_alocacao(melhor_solucao)

BRCO11.SA 0.0
FIIP11B.SA 0.0
GGRC11.SA 0.0
HGLG11.SA 78.4822652499052
SDIL11.SA 21.517734750094792
VILG11.SA 0.0
VTLT11.SA 0.0

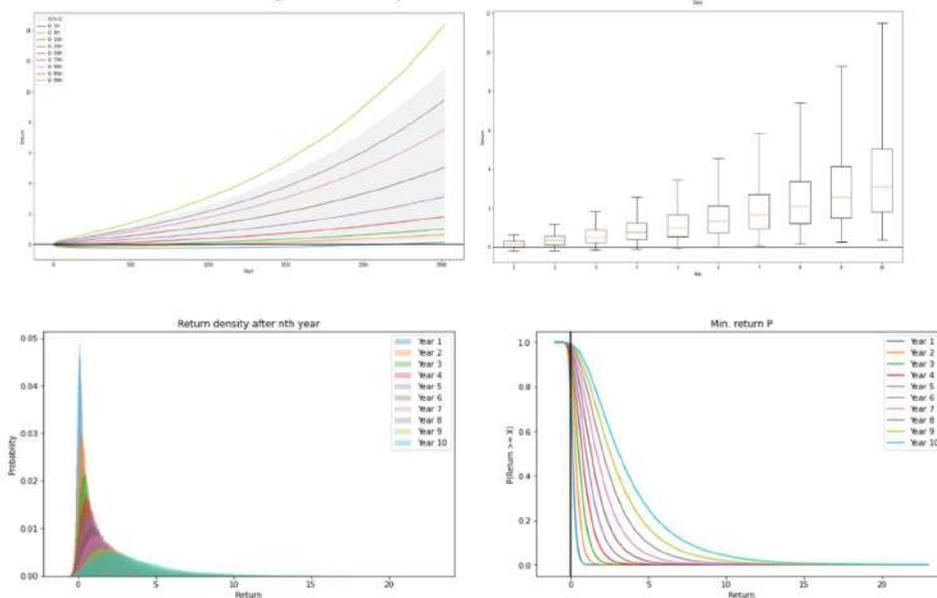
▶ soma_valor = alocacao_ativos(pd.read_csv('acoes.csv'), 1000, melhores_pesos=melhor_solucao)
soma_valor

<ipython-input-94-aa0badd4cba0>:24: FutureWarning:
Dropping of nuisance columns in DataFrame reductions (with 'numeric_only=None') is deprecated; in a future version
1483.6035108035705
```

Fonte: Dados da pesquisa.

Após a realização de diversos testes, o algoritmo trouxe um valor de retorno de 48%. Os pesos utilizados foram 78% em HGLG11 e 22% em SDIL11. Por fim, apenas de forma complementar, utilizamos um algoritmo genético multiobjetivo com NSGA2 para a projeção do investimento para os próximos dez anos, que nos mostrou os seguintes dados:

Figura 8. Projeção do investimento em dez anos



Fonte: Dados da pesquisa.

As imagens da Figura 8 demonstram uma boa projeção, com retornos robustos a longo prazo. O gráfico de retornos demonstrou retorno positivo para o investimento em sua média (Figura 8 – parte 1). O gráfico “boxplot” também demonstrou um bom retorno médio (Figura 8 – parte 2); outra característica interessante do boxplot foi que os outliers, ou seja, valores discrepantes de desvio padrão, foram em sua maioria, retornos positivos. Já a curva normal

(Figura 8 – parte 3) apresentou curtose no lado negativo. Isso significa que a probabilidade de ter valores negativos são em menor quantidade (bem perto de zero). Por fim, ao gráfico de probabilidade acumulada (Figura 8 – parte 4) nos trouxe bons retornos no prazo de 10 anos de investimento.

4.2 Fundos de Índice

No caso dos fundos de índice, havia 83 fundos listados na B3. Considerou-se todos os dados de março de 2020 a fevereiro de 2023. Após retirar os dados faltantes sobraram 21 fundos, dispostos a seguir:

Figura 9. Fundos ETF selecionados

```
Data columns (total 21 columns):
#   Column      Non-Null Count  Dtype
---  -
0   ACWI11.SA    289 non-null    float64
1   BBSD11.SA    289 non-null    float64
2   BOVA11.SA    289 non-null    float64
3   BOVB11.SA    289 non-null    float64
4   BOVV11.SA    289 non-null    float64
5   BRAX11.SA    289 non-null    float64
6   DIVO11.SA    289 non-null    float64
7   ECOO11.SA    289 non-null    float64
8   ESGB11.SA    289 non-null    float64
9   FIND11.SA    289 non-null    float64
10  GOLD11.SA    289 non-null    float64
11  ISUS11.SA    289 non-null    float64
12  IVVB11.SA    289 non-null    float64
13  MATB11.SA    289 non-null    float64
14  PIBB11.SA    289 non-null    float64
15  SMAC11.SA    289 non-null    float64
16  SMAL11.SA    289 non-null    float64
17  SPXI11.SA    289 non-null    float64
18  XBOV11.SA    289 non-null    float64
19  XFIX11.SA    289 non-null    float64
20  XINA11.SA    289 non-null    float64
dtypes: float64(21)
memory usage: 49.7+ KB
```

Fonte: Dados da pesquisa.

O passo seguinte foi definir os sete melhores fundos em termos de retorno, haja vista que esses fundos replicam índices e são bem mitigados pelo risco (chegam a ter 500 ativos):

Figura 10. Seleção dos melhores Fundos de Índice (ETF's)

Date	BRAX11.SA	BOVA11.SA	BOVV11.SA	SPXI11.SA	IVVB11.SA	MATB11.SA	PIBB11.SA
2020-03-18	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
2020-03-19	1.034107	0.999846	1.020802	0.984436	0.983146	1.006033	1.018500
2020-03-20	0.995536	0.996308	1.002080	0.930384	0.936330	1.000000	0.996857
2020-03-23	0.930357	0.940471	0.948291	0.920800	0.928839	0.954988	0.946475
2020-03-24	1.042857	1.036764	1.043091	0.996090	1.011236	1.012529	1.043556
...
2023-02-17	1.637321	1.623750	1.639227	1.731964	1.745318	2.634803	1.719892
2023-02-22	1.602500	1.593601	1.608915	1.694396	1.707865	2.591647	1.688370
2023-02-23	1.607321	1.602061	1.615453	1.693476	1.707865	2.608817	1.699147
2023-02-24	1.586964	1.574835	1.589450	1.699839	1.715356	2.563805	1.666188
2023-02-27	1.589464	1.573450	1.587370	1.703979	1.716030	2.569374	1.665110

732 rows x 7 columns

Fonte: Dados da pesquisa.

Em seguida, buscamos os retornos normalizados dos Fundos selecionados:

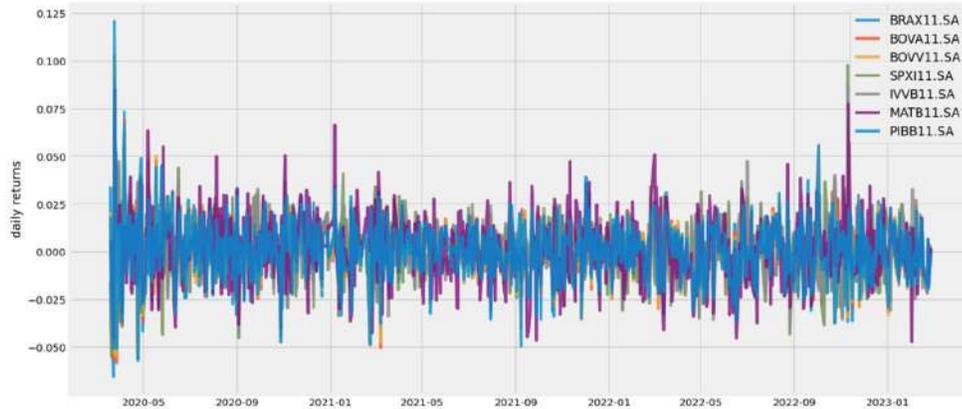
Figura 11. Retorno normalizado



Fonte: Dados da pesquisa.

A partir da Figura 11, percebe-se que o MATB11 teve a melhor performance. Passou-se, na sequência, para análise da volatilidade da carteira.

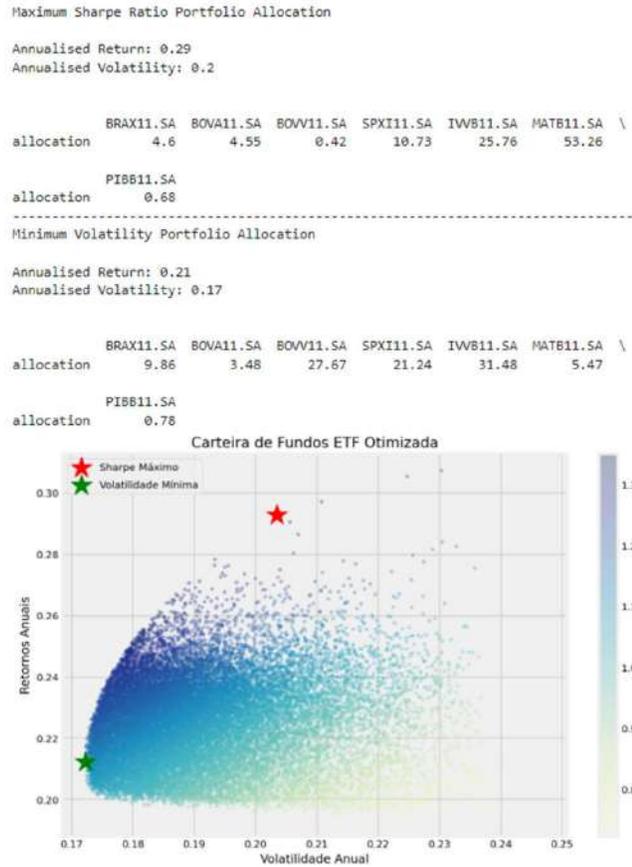
Figura 12. Volatilidade dos fundos selecionados



Fonte: Dados da pesquisa.

Com exceção da volatilidade do fundo PIBB11.SA (perto de 12,5%), todos os Fundos restantes apresentaram uma volatilidade comportada. O próximo passo foi o cálculo da fronteira eficiente sem o uso de algoritmos:

Figura 13. Fronteira eficiente dos fundos ETF selecionados



Fonte: Dados da pesquisa.

A carteira de máximo retorno veio com uma volatilidade de 20% e retorno de 29%. A de mínima variância veio com retorno de 21% e volatilidade de 17%. O passo posterior foi testar o algoritmo *Hill Climb*, com o fito de avaliar se ele realmente aumentaria a rentabilidade do investimento.

Figura 13. Testes com o algoritmo Hill Climb

```
[ ] melhor_solucao = melhor_solucao / melhor_solucao.sum()
melhor_solucao, melhor_solucao.sum()

(array([0.         , 0.         , 0.         , 0.24473461, 0.60448998,
        0.         , 0.15077542]), 1.0)

[ ] visualiza_alocacao(melhor_solucao)

BOVA11.SA 0.0
BOVV11.SA 0.0
BRAX11.SA 0.0
IVV11.SA 24.47346071539446
MATB11.SA 60.448997601581375
PIBB11.SA 0.0
SPXI11.SA 15.07754168302417

[ ] soma_valor = alocacao_ativos(pd.read_csv('acoes.csv'), 1000, melhores_pesos=melhor_solucao)
soma_valor

<ipython-input-10-aa0badd4c8a0>:24: FutureWarning:
Dropping of nuisance columns in DataFrame reductions (with 'numeric_only=None') is deprecated; in a future
2230.0506730260304
```

Fonte: Dados da pesquisa.

O Hill Climb trouxe um retorno de 123%, maior que os retornos já calculados na

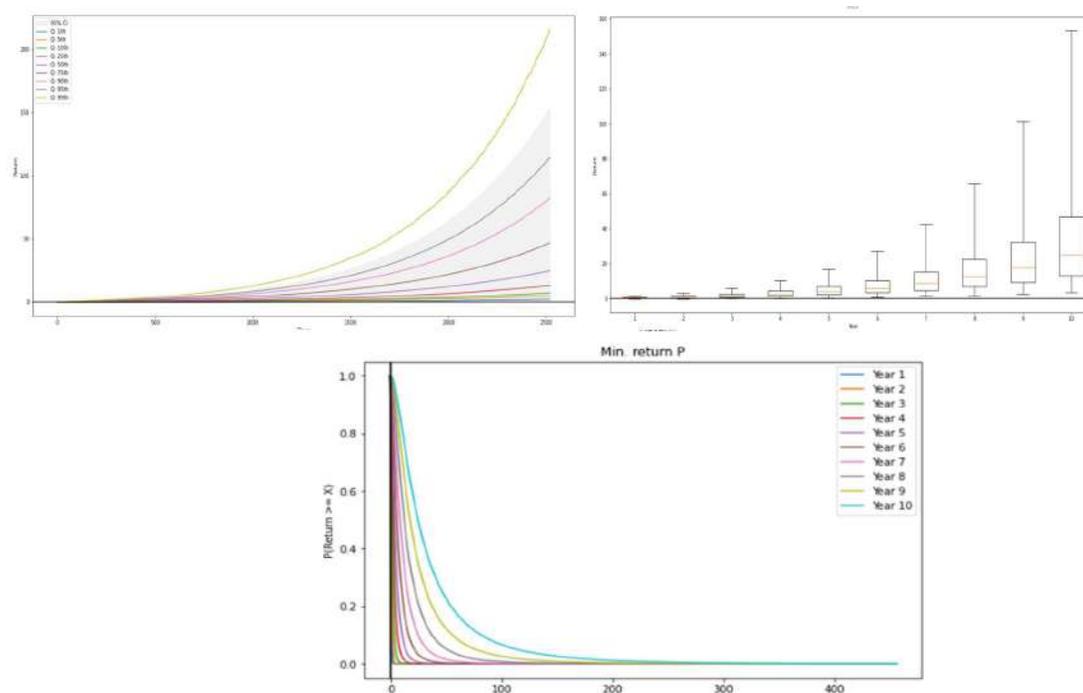
fronteira eficiente (cerca de 400% maior). As alocações foram em 3 fundos: IVVB11.SA, MATB11.SA e SPXI11.SA. Consolidando os resultados até aqui tem-se o seguinte:

Quadro 2. Quadro Resumo dos Resultados

Tipo de Fundo	Retorno com a Fronteira Eficiente	Retorno com o “Algoritmo Hill-Climb”
Fundos Imobiliários	12%	48,3%
Fundos de índice	29%	123%

Por fim, apenas de forma complementar, utilizou-se um algoritmo genético multiobjetivo com NSGA2 para a projeção do investimento para os próximos dez anos, que nos mostrou os seguintes dados:

Figura 14. Projeção do investimento em dez anos



Fonte: Dados da pesquisa.

O conjunto de imagens da Figura 14 demonstram uma boa projeção, com retornos robustos a longo prazo. O gráfico de retornos demonstrou um retorno maior que o investimento em sua média (Figura 14 – parte 1). O gráfico “boxplot” também demonstrou um retorno médio robusto (Figura 14 – parte 2); outra característica interessante do boxplot foi que os outliers, ou seja, valores discrepantes de desvio padrão, foram em sua maioria, retornos positivos (sem outliers negativos). Já probabilidade acumulada (Figura 14 – parte 3) apresentou possibilidades de retornos acima de quatro vezes o capital investido para o período de 10 anos.

5. CONCLUSÃO

O artigo teve por objetivo investigar uma inovação de análise com base em algoritmos de otimização de carteira, ou seja, aprendizagem de máquina para otimização de retorno e risco para a escolha de investimentos em renda variável. A metodologia de busca *Late Acceptance Hill Climbing* (BURKE; BYKOV, 2017) mostrou-se efetiva para melhorar a rentabilidade de investimentos, quando utilizado junto com análise fundamentalista e a criação de um indicador de performance para os mesmos (KPI). O *Hill Climb* é um algoritmo de busca que escolhe as melhores funções de custo entre um seleção pré-candidata. Em outras palavras, no caso dos investimentos previdenciários, ele escolheria os melhores fundos no critério risco-retorno. Destaque-se que esse algoritmo é utilizado em outras áreas, sendo que a nossa proposta foi inovar e utilizá-lo no campo das finanças.

A utilização do algoritmo *Hill Climb* mostrou-se eficiente na escolha da ponderação de um portfólio de Fundos e seus respectivos pesos. Com o artifício, conseguiu-se sair de uma aplicação única, com valor inicial de R\$1.000,00 e chegou-se a uma rentabilidade bem alta (um aumento percentual de mais de 400% de rentabilidade no caso dos fundos imobiliários (de 9% para 50%) e de mais de 400% no caso de fundos de índice – de 29% para 123%). Trata-se de uma otimização bastante eficiente.

Vale ressaltar que a etapa anterior à otimização é, talvez, a mais importante. É na análise do investimento e no seu adequamento à política de investimentos do RPPS que se encontra a maioria das soluções de déficit financeiro e atuarial. Assim, a técnica de ALM e a criação de um índice de performance próprio (KPI) nos trouxe a garantia de escolha de fundos que se adequassem à legislação correlata e à política de investimentos proposta. A otimização é apenas um “complemento”.

Como indicação de estudos futuros, sugere-se a aplicação do Asset Liabilities Management (ALM), a partir do cenário econômico vigente, para a toda a carteira de investimentos de um RPPS. Para a classificação dos investimentos, sugere-se testes com algoritmos de classificação e gráficos dinâmicos. Para a posterior otimização, recomenda-se a utilização do algoritmo *simulated annealing*, que têm inspiração na têmpora simulada da física.

REFERÊNCIAS

- Agarwal, Amit; Hazan, Elad; Kale, Satyen; Schapire, Robert. (2006). Algorithms for portfolio management based on the Newton method. ACM International Conference Proceeding Series. 148. 9-16.
- Almeida, N. S.; Silva, R. F.; Ribeiro, K. C. S. (2010). Aplicação do modelo de Markowitz na seleção de carteiras eficientes: uma análise de cenários no mercado de capitais brasileiro. In: Seminários de Administração, 13. São Paulo. *Anais...* São Paulo: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade – USP.
- Boyd, D, Gang Chen, and Yimeng Yin. Public Pension Plan Risk-Sharing: Options and Consequences. 9th Municipal Finance Conference, July 13-14, 2020
- Burke, E. K. & Bykov, Yuri. (2017). The late acceptance Hill-Climbing heuristic. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, 258(1), 70-78. 2017.
- Bruni, A. L. (1998). Risco, retorno e equilíbrio: uma análise do modelo de precificação de ativos financeiros na avaliação de ações negociadas na Bovespa (1988-1996), 1998, 163 f. Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade de São Paulo – USP.
- Bruni, A. L.; Fama, R. (1998). Moderna teoria de portfólios: É possível captar, na prática, os benefícios decorrentes de sua utilização? *Resenha BM&F*, (128): 19-34.
- Brown, Philip (1970). The impact of the annual net profit report on the stock market. *The Australian Accountant*, v. 60, 3, 277-283.
- Burke, E. K. & Bykov, Yuri. (2017). The late acceptance Hill-Climbing heuristic. *European Journal of Operational Research*, Elsevier, 258(1), 70-78.

- Camargo, L.F. (2022). Value Relevance de resultados divulgados no preço de ações de empresas extrativas. In: XXII Encontro Brasileiro de Finanças, 7/2022, *Anais*. Vitória-ES: EBFIn.
- Collins, D., Kothari, S., Shanken, J., Sloan, R. *Lack of timeliness versus noise as explanations for low contemporaneous return–earnings association*. *Journal of Accounting and Economics* 18. 1994, p. 289–324.
- Damasceno, Alexandre Teixeira França, João Vinícius. Avaliação dos novos limites de investimentos de ativos dos Regimes Próprios de Previdência Social estabelecidos pela Resolução CMN 3.922/2010. *REVISTA BRASILEIRA DE GESTÃO DE NEGÓCIOS* Qualis: A2. 2021.
- Deb, K. and Kalyanmoy, D. (2001). *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms*. John Wiley & Sons, Inc., USA
- Faccini, L. (2015). *Mercado De Valores Mobilários. Teorias e Questões - Série Provas E Concursos*. 2ª Edição. Português. São Paulo: GEN.
- Fama, Eugene.; FISHER, L.; JENSEN, M.; ROLL, R (1969). The adjustment of stock prices to new information. *International economic review*, v. 10.
- Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning*. Reading, MA: Addison-Wesley
- Haeser, G., Gomes, M. (2008) Aspectos Teóricos de Simulated Annealing e um Algoritmo duas Fases em Otimização Global. *Trends in Computational and applied Mathematics* 2008; 9(3). 395-404.
- Hieda, A.; Oda, A. L. (1998). Um estudo sobre a utilização de dados históricos no modelo de Markowitz aplicado a bolsa de valores de São Paulo. In: *Seminários de Administração*, 3, 1998, São Paulo. *Anais...* São Paulo: Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade – USP.
- Huang, Roger D.; Kracaw, William A. Stock market returns and real activity: A note. *The Journal of Finance*, v. 39, n. 1, p. 267-273, 1984.
- Huppes, Patrick. *A probabilistic theory of causality*. 1970.
- Johansen, S. *Estimation and Hypothesis Testing of Cointegration Vectors in Gaussian Vector Autoregressive Models*. *Econometrica* 59. 1991, p.1551–1580.
- Kirkpatrick, S., Gelatt Jr, C. D., Vecchi, M. P. (1983) .Optimization by simulated annealing. *Science*. 220, 671 a 680.
- Liu, S; , Chuanyu WANG and Juan XUE. Valuation of Hybrid Pension Scheme Liabilities under Inflation. *Wuhan University Journal of Natural Sciences*, vol.27 No.2, 153-160. 2022.
- Lintner, John; GLAUBER, Robert. Higgledy piggedly growth in America. In: *seminar on the analysis of security prices*, Graduate School of Business, University of Chicago. 1967.
- _____. The Valuation of risky assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, Feb., p. 13-37, 1965.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *Journal of Finance*, 7(1): 77-91.
- Murata, T., Ishibuchi, H., et al. (1995). Moga: multi-objective genetic algorithms. In *IEEE international conference on evolutionary computation*, volume 1, pages 289–294.
- Nelson, C.R., Plosser, C.I. *Trends versus random walks in macroeconomic time series: some evidence and implications*. *Journal of Monetary Economics* 10. 1982, p.139-162.
- Oliveira, Alan Delgado De. *Modelo de Administração de Ativos e Passivos - Uma Abordagem de Otimização Estocástica*. Dissertação (Mestrado Profissional em Administração Pública) - FGV - Fundação Getúlio Vargas, Rio de Janeiro, 2014.
- Pimentel, Rene Coppe; Lima, Iran Siqueira. Time-series Properties of Earnings and Their Relationship with Stock Prices in Brazil. *Business and Economics Research Journal*, v. 1, n. 4, 2005.
- Radcliffe, N. (1952). Equivalence Class Analysis of Genetic Algorithms. *Complex Systems*

1991; 5(2).183-205.

Rotela Junior, P.; Pamplona, E. O.; Salomon, F. L. R. (2014). Otimização de portfólios: análise de eficiência. *Revista de Administração de Empresas*, 54(4): 405-413.

Rubesam, A.; Beltrame, A. L. (2013). Carteiras de variância mínima no Brasil. *Revista Brasileira de Finanças*, 11(1): 81-118.

Sammut C, Webb G. *Encyclopedia of Machine Learning*. Boston: Springer; 2010.

Santos, A. A. P.; TESSARI, C. (2012). Técnicas quantitativas de otimização de carteiras

Silva, S, S. “Avaliação Da Eficácia Dos Modelos De Asset Liability Management E Liability Driven Investment para um Fundo de Pensão Brasileiro”. Dissertação (Mestrado Acadêmico em Administração) - UFMG- Universidade Federal de Minas Gerais. 2015.

silva, W. A. M. da. Potenciais fatores associados com o desempenho de carteira das entidades fechadas de previdência complementar brasileiras. 2019. Dissertação (Mestrado em Ciências Contábeis) - Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/24893/1/PotenciaisFatoresAssociados.pdf>

Schaffer, J. (1985). Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. pages 93–100.

Schor, A., Bonomo, M., Pereira, L.V. *APT e variáveis macroeconômicas: um estudo empírico sobre o mercado acionário brasileiro*. In: BONOMO, M. (org.). *Finanças Aplicadas ao Brasil*. São Paulo: Ed. FGV, 2002.

Securato, J. R. (2007). *Decisões financeiras em condições de risco*, 2a. ed. São Paulo: Saint Paul.

Sharpe, W. (1966). Mutual Fund Performance. *The Journal of Business*, 39(1): 119-138.

Sharpe, W. F. *Capital Asset Prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk*. *Journal of Finance* 19. 1964, p.425-442.

Silveira, H. P.; Famá, R.; Barros, L. A. B. C. (2010). Conceito de taxa livre de risco e sua aplicação no capital asset pricing model – Um Estudo Exploratório para o Mercado Brasileiro. In: Encontro Brasileiro de Finanças, 10, 2010, São Paulo. *Anais...* Rio de Janeiro: EBFIn.

Sloss, A., Gustafson, S. (2019). Evolutionary Algorithms Review. *Neural and Evolutionary Computing*. [Internet]. 2019 [acesso em 21 jul. 2022]. Disponível em: <https://arxiv.org/pdf/1906.08870.pdf>

Tobin, J. (1958). Liquidity preference as behavior towards risk. *Review of Economics Studies*, 26(1): 65-66.

Thomé, C.; Leal, R. P. C.; Almeida, V. S. (2011). Um índice de mínima variância de ações brasileiras. *Economia Aplicada*, 15(4): 535-557.

Trintinalia, Clemente. Estudo sobre a otimização de uma carteira de fundos de investimentos destinados aos regimes próprios de Previdência Social - RPPS. 2016. 83 f. Dissertação (Mestrado em Administração) - FECAP, São Paulo.

Varga, G. (2001). Índice de Sharpe e outros indicadores de performance aplicados a fundos de ações brasileiros. *Revista de Administração Contemporânea*, 5(3): 215-245.

Zanini, F. A. M.; Figueiredo, A. C. (2005). As teorias de carteira de Markowitz e de Sharpe: uma aplicação no mercado brasileiro de ações entre julho/95 e junho/2000. *Revista de Administração Mackenzie*, 6(2): 37-64.

Wang, S. and Y, Lu., Optimal investment strategies and risk-sharing arrangements for a hybrid pension plan. *Insurance Mathematics and Economics* , 89, 46-62. 2019.

Wang, S., Y, Lu., and Sanders, B. Optimal investment strategies and intergenerational risk sharing for target benefit pension plans. *Insurance Mathematics and Economics* , 80, 1-14. 2018.